

**Exercice N°1 :**

Soit ABC un triangle équilatéral direct ; A', B' et C' les milieux respectifs de [BC], [AC] et [AB]  
G le centre de gravité de ABC et  $\zeta$  son cercle circonscrit

1) Soit  $r_1$  la rotation indirecte de centre G et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$

Vérifier que  $r_1(A) = C$  ,  $r_1(B) = A$  et  $r_1(B') = A'$

2) Soit r la rotation directe de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{3}$

a) Vérifier que  $r(B) = C$  et  $r(C') = B'$

b) Construire  $C'' = r(C)$

3) Soit G' le centre de gravité du triangle ACC''

a) Montrer que  $r(G) = G'$

Construire  $\zeta'$  l'image de  $\zeta$  par r

**Exercice N°2 :**

La figure ci-contre représente un carré ABCD dont les côtés mesurent 4cm et BEFG un carré de côté 2cm

Les droites (CF) et (AB) se coupent en I

1/a) Montrer que  $(AC) \parallel (BF)$

b) Déterminer le réel k tel que  $\overline{IB} = k \overline{IA}$

2/ Soit h l'homothétie de centre I et le rapport  $\frac{1}{2}$

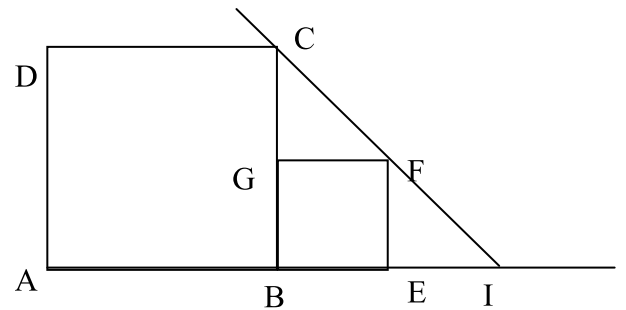
a) Montrer que  $h(C) = F$  et  $h(B) = E$

b) Déterminer et construire L l'image de G par h

c) Exprimer  $\overline{BG}$  en fonction de  $\overline{AD}$

d) Déterminer l'image de D par h

3/ Montrer que les points I, L, G et D sont alignés



### Exercice N°3 :

On considère la suite  $U$  définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{U_n^2 + 2} \end{cases}$$

1/a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$

b) Vérifier que la suite  $U$  n'est ni arithmétique ni géométrique

2/ On pose  $V$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $V_n = U_n^2$

a) Montrer que  $V$  est une suite arithmétique de raison 2

b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$

c) Calculer  $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

d) En déduire le produit  $P = 2^{V_0} \cdot 2^{V_1} \cdot \dots \cdot 2^{V_{n-1}}$

3/ Soit  $W$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $W_n = 2^{V_n}$

a) Montrer que  $W$  est une suite géométrique de premier terme  $W_0 = 2$  et de raison 4

b) Exprimer en fonction de  $n$  la somme  $S' = W_2 + W_3 + \dots + W_n$

### Exercice N°4 :

Soit  $ABC$  un triangle rectangle isocèle en  $A$  et  $O = B * C$

$\zeta$  le cercle circonscrit au triangle  $ABC$ , les tangentes en  $A$  et  $C$  se coupent en  $O'$

Soit  $R$  la rotation directe de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

1/a) Déterminer  $R(B)$

b) Montrer que  $AO'CO'$  est un carré

c) Déduire que  $R(O) = O'$

d) Déterminer  $R(BC)$

2/a) Construire  $C' = R(C)$

b) Montrer que  $A = B * C'$

3/ Soit  $N$  un point variable du cercle  $\zeta$  et  $N'$  tel que  $ANN'$  est un triangle rectangle isocèle en  $A$

Déterminer et construire l'ensemble des points  $N'$  lorsque  $N$  varie

4/ Soit  $M$  un point du plan et  $M' = R(M)$

a) Montrer que  $(BM)$  et  $(CM')$  sont perpendiculaires

b) Soit  $H$  le point d'intersection de  $(BM)$  et  $(CM')$

Déterminer l'ensemble des points  $H$  lorsque  $M$  varie